EXERCICE 1A.1

a. Résoudre ces systèmes de deux équations à deux inconnues :

$(S_1)\begin{cases} 2x + y = 2 \\ 3y = -6 \end{cases}$ $(S_2)\begin{cases} x + 3y = -1 \\ 3y = -2 \end{cases}$ $(S_3)\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 3x + y = 11 \end{cases}$ $(S_4)\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ x - 3y = 5 \end{cases}$

b. Résoudre ces systèmes de trois équations à trois inconnues « triangulaires » :

$(S_5)\begin{cases} x + 3y - 2z = 5 \\ 3y + z = -4 \\ 2z = 4 \end{cases}$ $(S_6)\begin{cases} x - y + z = 5 \\ 2y - z = -3 \\ -3z = -6 \end{cases}$ $(S_7)\begin{cases} 2x + 3y - 2z = 8 \\ y + 2z = 6 \\ 2z = 10 \end{cases}$ $(S_8)\begin{cases} 2x + y + 3z + t = 3 \\ y - z + t = 1 \\ 2z + t = -4 \\ 5t = -10 \end{cases}$

EXERCICE 1A.2

a. On va maintenant essayer de « rendre triangulaire » ce système linaire :

$$(S)\begin{cases} x - 2y + z = 1 \ (L_1) \\ 2x + y - 3z = -2 \ (L_2) \\ -x + y + 2z = 3 \ (L_3) \end{cases}$$

Pour cela, on va essayer de transformer ce système en un système triangulaire équivalent, en utilisant les propriétés suivantes :

→ Quand on multiplie une équation (les deux membres) par un nombre, on garde un système équivalent.

→ Quand on remplace une équation par la somme/différence de deux d'entre elles, on garde un système équivalent.

1ère étape : On va transformer L_2 et L_3 pour éliminer x dans ces deux équations :

$$(S)\begin{cases} x - 2y + z = 1 & (L_1) \\ 2x + y - 3z = -2 & (L_2 \leftrightarrow L_2 - 2L_1) \\ -x + y + 2z = 3 & (L_3 \leftrightarrow L_1 + L_3) \end{cases} \Leftrightarrow (S)\begin{cases} x - 2y + z = 1 & (L_1) \\ 5y - 5z = -4 & (L_2) \\ -y + 3z = 4 & (L_3) \end{cases}$$

2ème étape : On va transformer L_3 pour éliminer y :

$$(S)\begin{cases} x - 2y + z = 1 & (L_1) \\ 5y - 5z = -4 & (L_2) \\ -y + 3z = 4 & (L_3 \leftrightarrow L_2 + 5L_3) \end{cases} \Leftrightarrow (S)\begin{cases} x - 2y + z = 1 & (L_1) \\ 5y - 5z = -4 & (L_2) \\ 10z = 16 & (L_3) \end{cases}$$

3ème étape : Le système est triangulaire. Cette méthode de résolution s'appelle le **Pivot de Gauss**.

b. Résoudre le système (S).

EXERCICE 1A.3

Résoudre les systèmes linéaires suivants, par la méthode du pivot de Gauss (suivre les indications pour commencer) :

$(S_1)\begin{cases} 3x + 2y + z = 2 & (L_1) \\ x + y - z = -4 & (L_2 \leftrightarrow 3L_2 - L_1) \\ 6x - y + 2z = 14 & (L_3 \leftrightarrow L_3 - 2L_1) \end{cases}$ $(S_2)\begin{cases} x + y + 2z = 9 & (L_1) \\ 2x - 2y + 3z = 7 & (L_2 \leftrightarrow L_2 - 2L_1) \\ 3x + y - 5z = -10 & (L_3 \leftrightarrow L_3 - 3L_1) \end{cases}$

$(S_3)\begin{cases} 2x + 3y + z = 8 & (L_1) \\ x - y + 4z = -7 & (L_2 \leftrightarrow L_1 - 2L_2) \\ 3x + y + z = 8 & (L_3 \leftrightarrow 2L_3 - 3L_1) \end{cases}$ $(S_4)\begin{cases} x + z = 0 & (L_1) \\ 2x + y = -2 & (L_2 \leftrightarrow L_2 - 2L_1) \\ y + z = 1 & (L_3) \end{cases}$

$(S_5)\begin{cases} x + y + z + t = 10 & (L_1) \\ -x + y - z + t = 2 & (L_2 \leftrightarrow L_2 + L_1) \\ x + y + z - t = 2 & (L_3 \leftrightarrow L_3 - L_1) \\ x + y - z + t = 4 & (L_4 \leftrightarrow L_4 - L_1) \end{cases}$ $(S_6)\begin{cases} x + y + z + t = 2 & (L_1) \\ -x + y - z + t = 0 & (L_2 \leftrightarrow L_2 + L_1) \\ 3x + 2y + z = 0 & (L_3 \leftrightarrow L_3 - 3L_1) \\ 3x - 2y + z = 0 & (L_4 \leftrightarrow L_4 - 3L_1) \end{cases}$

EXERCICE 1A.4

a. On considère un polynôme du second degré (donc sous la forme $P(x) = ax^2 + bx + c$) tel que :

$P(1) = -4$ $P(3) = 6$ $P(5) = 0$

Déterminer les coefficients a, b et c de ce polynôme.

b. On considère un polynôme du second degré (donc sous la forme $P(x) = ax^2 + bx + c$) tel que :

$P(-1) = 0$ $P(0) = -2$ $P(2) = 0$

Déterminer les coefficients a, b et c de ce polynôme.