PREAMBULE

Compléter le tableau suivant :

x	$-\frac{5\pi}{6}$	$-\frac{3\pi}{4}$	$-\frac{2\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	**0**	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
cos x								**1**	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	**0**				
sin x								**0**	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	**1**				

EXERCICE 1 - EQUATIONS DU TYPE cos $x = \alpha$

Remarque : Si α **> 1** ou α **< -1**, l'équation n'a aucune solution.

1. Si α **= -1**

Exemple :

$\cos 3x = -1$

$\Leftrightarrow \cos 3x = \cos \pi$

$\Leftrightarrow 3x = \pi + k2\pi\ ,\ k \in \mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3}\ ,\ k \in \mathbb{Z}$

donc $x = \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}, 3\pi, \frac{11\pi}{3}\ldots$

2. Si $-1 < \alpha < 1$

Exemple :

$\cos x = \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{3}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi & k \in \mathbb{Z} \\ \text{ou} \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi & k \in \mathbb{Z} \end{cases}$

donc $x = \frac{\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}, \frac{13\pi}{3}, \frac{-\pi}{3}, \frac{-7\pi}{3}\ldots$

3. Si α **= 1**

Exemple :

$\cos 2x = 1$

$\Leftrightarrow \cos 2x = \cos 0$

$\Leftrightarrow 2x = 0 + k2\pi\ ,\ k \in \mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow x = 0 + k\frac{2\pi}{2}\ ,\ k \in \mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow x = k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

donc $x = \pi, 2\pi, 3\pi, -\pi, -2\pi, -3\pi\ldots$

→ De la même façon, résoudre :

1. $\cos 2x = -1$

2. $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

3. $\cos 5x = -1$

EXERCICE 2 - EQUATIONS DU TYPE sin $x = \alpha$

Remarque : Si α **> 1** ou α **< -1**, l'équation n'a aucune solution.

1. Si α **= -1**

Exemple :

$\sin 3x = -1$

$\Leftrightarrow \sin 3x = \sin \frac{-\pi}{2}$

$\Leftrightarrow 3x = \frac{-\pi}{2} + k2\pi\ ,\ k \in \mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow x = \frac{-\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}\ ,\ k \in \mathbb{Z}$

donc $x = \frac{-\pi}{6}, \frac{-5\pi}{6}, \frac{3\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\ldots$

2. Si $-1 < \alpha < 1$

Exemple :

$\sin x = \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi & k \in \mathbb{Z} \\ \text{ou} \\ x = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi & k \in \mathbb{Z} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi & k \in \mathbb{Z} \\ \text{ou} \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi & k \in \mathbb{Z} \end{cases}$

donc $x = \frac{\pi}{6}, \frac{13\pi}{6}, \frac{25\pi}{6}, \frac{37\pi}{6}\ldots$

ou $x = \frac{5\pi}{6}, \frac{17\pi}{6}, \frac{29\pi}{6}, \frac{41\pi}{6}\ldots$

3. Si α **= 1**

Exemple :

$\sin 2x = 1$

$\Leftrightarrow \sin 2x = \sin \frac{\pi}{2}$

$\Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi\ ,\ k \in \mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{2\pi}{2}\ ,\ k \in \mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

donc $x = \frac{\pi}{4}, \frac{9\pi}{4}, \frac{17\pi}{4}, \frac{25\pi}{4}\ldots$

→ De la même façon, résoudre :

1. $\sin 2x = -1$

2. $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

3. $\sin 5x = -1$