L'objectif de l'enseignement de la géométrie plane est de rendre les élèves capables d'étudier un problème dont la résolution repose sur des calculs de distance, la démonstration d'un alignement de points ou du parallélisme de deux droites, la recherche des coordonnées du point d'intersection de deux droites, en mobilisant des techniques de la géométrie plane repérée.

Les configurations étudiées au collège, à base de triangles, quadrilatères, cercles, sont la source de problèmes pour lesquels la géométrie repérée et les vecteurs fournissent des outils nouveaux et performants.

En fin de compte, l'objectif est de rendre les élèves capables d'étudier un problème d'alignement de points, de parallélisme ou d'intersection de droites, de reconnaissance des propriétés d'un triangle, d'un polygone – toute autonomie pouvant être laissée sur l'introduction ou non d'un repère, l'utilisation ou non de vecteurs.

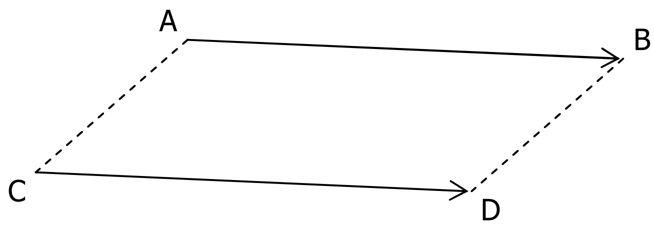
Dans le cadre de la résolution de problèmes, l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique par les élèves leur donne une plus grande autonomie et encourage leur prise d'initiative.

La définition proposée des vecteurs permet d'introduire rapidement l'addition de deux vecteurs et la multiplication d'un vecteur par un nombre réel. Cette introduction est faite en liaison avec la géométrie plane repérée. **La translation, en tant que transformation du plan, n'est pas étudiée en classe de seconde.**

CONTENUS	CAPACITES ATTENDUES	COMMENTAIRES
Définition de la translation qui transforme un point A du plan en un point B.		À tout point C du plan, on associe, par la translation qui transforme A en B, l'unique point D tel que [AD] et [BC] ont même milieu.
Vecteur $\overrightarrow{AB}$ associé. Égalité de deux vecteurs : $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$	Savoir que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ équivaut à ABDC est un parallélogramme, éventuellement aplati.	
Somme de deux vecteurs.		La somme des deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est le vecteur associé à la translation résultant de l'enchaînement des translations de vecteur $\vec{u}$ et de vecteur $\vec{v}$.
Produit d'un vecteur par un nombre réel. Relation de Chasles.	Utiliser la notation $\lambda\vec{u}$. Établir la colinéarité de deux vecteurs. Construire géométriquement la somme de deux vecteurs. Caractériser alignement et parallélisme par la colinéarité de vecteurs.	

I. TRANSLATION

a. Définitions :



Définition par les milieux :

À tout point C du plan, on associe, par la translation qui transforme A en B, l'unique point D tel que [AD] et [BC] ont même milieu.

Définition par le parallélogramme :

B est l'image de A par la translation qui transforme C en D revient à dire que ABDC est un parallélogramme.

Cette translation est appelée **translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$**

II. VECTEURS DU PLAN

Un vecteur est un trajet que l'on représente à l'aide d'une flèche.

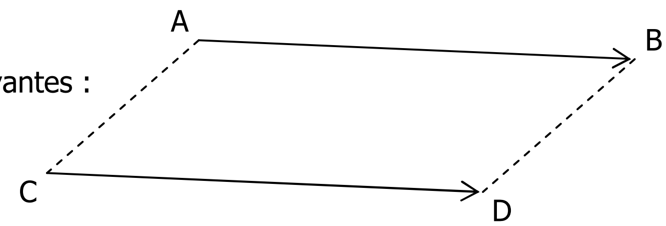
a. Egalité de deux vecteurs

On dit que deux vecteurs sont **égaux** lorsqu'ils ont :
- la même **direction**
- le même **sens**
- la même **longueur**

Exemple :

Dans ce parallélogramme, on peut écrire les égalités suivantes :

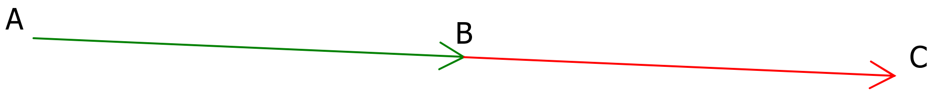
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$; $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{DB}$



Remarques :

- Dire que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ revient à dire que AB**D**C est un parallélogramme (éventuellement aplati).
(voir ci-dessus)

- Dire que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ revient à dire que B est le milieu de [AC].



- Dire que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ revient à dire que B et C sont confondus.

b. Vecteur nul :

Le **vecteur nul**, noté $\vec{0}$ est le vecteur $\overrightarrow{AA}$, $\overrightarrow{BB}$, …

c. Opposé d'un vecteur :

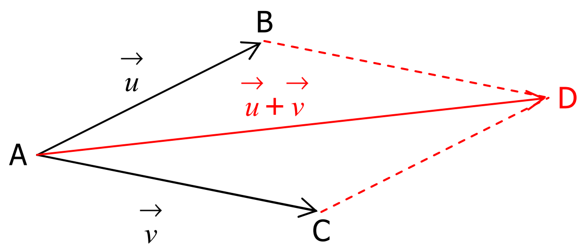
On dit que deux vecteurs sont **opposés** lorsqu'ils ont :
- la même direction
- la même longueur
- mais **pas le même sens**

L'opposé d'un vecteur $\vec{u}$ se note $-\vec{u}$. L'opposé d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$ se note $-\overrightarrow{AB}$ ou $\overrightarrow{BA}$

III. OPERATIONS SUR LES VECTEURS

a. Addition de deux vecteurs :

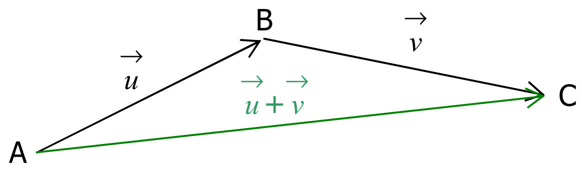
La somme de deux vecteurs et un vecteur.
- Quand les deux vecteurs sont représentés par des flèches ayant la même **origine**, on trace le vecteur somme en construisant un parallélogramme.



- Quand les deux vecteurs sont représentés par des flèches dont l'extrémité de l'une est l'origine de l'autre, on utilise la **Relation de Chasles** :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

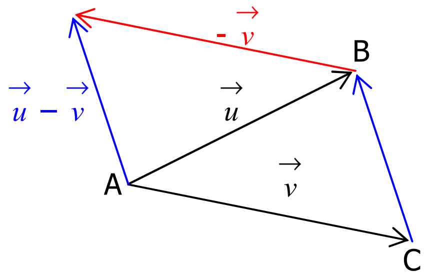
Cette égalité permet de transformer une somme de deux vecteurs en un seul vecteur, et réciproquement.



b. Soustraction de deux vecteurs :

Soustraire un vecteur revient à ajouter son opposé.

$\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v}) = \overrightarrow{AB} + (-\overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$



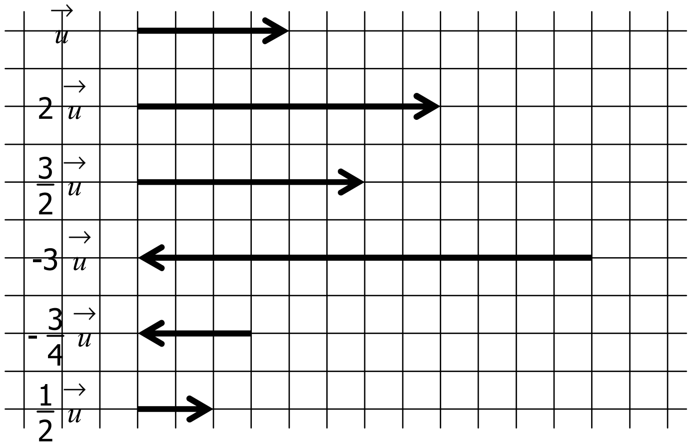
c. Produit d'un vecteur par un réel :

Soit λ un nombre réel et $\vec{u}$ un vecteur.

On appelle **produit de λ par $\vec{u}$** le vecteur noté $\lambda\vec{u}$ caractérisé par :

- La même direction que $\vec{u}$.
- Le même sens que $\vec{u}$ si λ est positif, le sens contraire si λ est négatif.
- Une longueur égale à |λ| fois la longueur de $\vec{u}$.

Exemples :



IV. COLINEARITE DE DEUX VECTEURS

a. Vecteurs colinéaires :

On dit que deux vecteurs sont colinéaires quand ils ont la même direction.

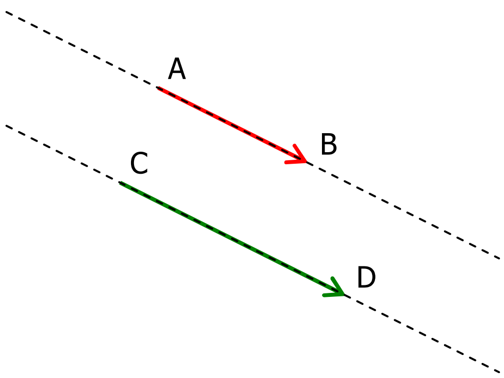
Propriété :

Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires **équivaut à dire** qu'il existe un réel λ tel que $\vec{u} = \lambda\vec{v}$

b. Applications

Démontrer le parallélisme

$\overrightarrow{AB} = \lambda.\overrightarrow{CD}$ équivaut à dire que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.



Démontrer l'alignement

$\overrightarrow{AB} = \lambda.\overrightarrow{AC}$ équivaut à dire que les points A, B et C sont alignés