EXERCICE 5C.1

Soit la fonction définie sur]-∞ ; +∞[par : $f(x) = 2x - 5$

1. Etudier le signe de f(b) – f(a) pour a et b appartenant à]-∞ ; +∞[avec a < b ; en déduire le sens de variation de f sur cet intervalle.

2. Dresser le tableau de variation de f.

EXERCICE 5C.2

Soit la fonction définie sur]-∞ ; +∞[par : $f(x) = -4x + 1$

1. Etudier le signe de f(b) – f(a) pour a et b appartenant à]-∞ ; +∞[avec a < b ; en déduire le sens de variation de f sur cet intervalle.

2. Dresser le tableau de variation de f.

EXERCICE 5C.3

Soit la fonction définie sur]-∞ ; +∞[par : $f(x) = x^2 - 3$

1. a. Etudier le signe de f(b) – f(a) pour a et b appartenant à [0 ; +∞[, avec a < b ; en déduire le sens de variation de f sur cet intervalle.

b. Même consigne sur]-∞ ; 0].

2. Dresser le tableau de variation de f.

EXERCICE 5C.4

Soit la fonction définie sur]-∞ ; +∞[par :

$$f(x) = (x + 2)^2 - 6$$

1. a. Etudier le signe de f(b) – f(a) pour a et b appartenant à [-2 ; +∞[, avec a < b ; en déduire le sens de variation de f sur cet intervalle.

b. Même consigne sur]-∞ ; -2].

2. Dresser le tableau de variation de f.

EXERCICE 5C.5

Soit la fonction définie sur]-∞ ; 1[∪]1 ; +∞[par :

$$f(x) = \frac{1}{x - 1}$$

1. a. Etudier le signe de f(b) – f(a) pour a et b appartenant à]1 ; +∞[, avec a < b ; en déduire le sens de variation de f sur cet intervalle.

b. Même consigne sur]-∞ ; 1[.

2. Dresser le tableau de variation de f.

EXERCICE 5C.6

Soit la fonction définie sur]-∞ ; +∞[par :

$$f(x) = x^2 - 8x + 3$$

1. Soit a et b deux réels. Montrer que:

$$f(b) - f(a) = (b - a)(a + b - 8)$$

2. a. Etudier le signe de f(b) – f(a) pour a et b appartenant à [4 ; +∞[, avec a < b ; en déduire le sens de variation de f sur cet intervalle.

b. Même consigne sur]-∞ ; 4].

3. Dresser le tableau de variation de f.

EXERCICE 5C.7

Soit la fonction définie sur]-∞ ; +∞[par :

$$f(x) = -2x^2 + 4x + 1$$

1. Soit a et b deux réels. Montrer que:

$$f(b) - f(a) = 2(a - b)(a + b - 2)$$

2. a. Etudier le signe de f(b) – f(a) pour a et b appartenant à [1 ; +∞[, avec a < b ; en déduire le sens de variation de f sur cet intervalle.

b. Même consigne sur]-∞ ; 1].

3. Dresser le tableau de variation de f.

EXERCICE 5C.8

Soit la fonction définie sur]-∞ ; 3[∪]3 ; +∞[par :

$$f(x) = 4 + \frac{2}{x - 3}$$

1. Soit a et b deux réels. Montrer que :

$$f(b) - f(a) = \frac{2(a - b)}{(a - 3)(b - 3)}$$

2. a. Etudier le signe de f(b) – f(a) pour a et b appartenant à]3 ; +∞[, avec a < b ; en déduire le sens de variation de f sur cet intervalle.

b. Même consigne sur]-∞ ; 3[.

3. Dresser le tableau de variation de f.

EXERCICE 5C.9

Soit la fonction définie sur]-∞ ; -5[∪]-5 ; +∞[par :

$$f(x) = 2 - \frac{3}{x + 5}$$

1. Soit a et b deux réels. Montrer que :

$$f(b) - f(a) = \frac{3(b - a)}{(a + 5)(b + 5)}$$

2. a. Etudier le signe de f(b) – f(a) pour a et b appartenant à]-5 ; +∞[, avec a < b ; en déduire le sens de variation de f sur cet intervalle.

b. Même consigne sur]-∞ ; -5[.

3. Dresser le tableau de variation de f.

EXERCICE 5C.10

Soit la fonction définie sur]-∞ ; +∞[par :

$$f(x) = \frac{3}{x^2 + 1}$$

1. Soit a et b deux réels. Montrer que :

$$f(b) - f(a) = \frac{3(a + b)(a - b)}{(a^2 + 1)(b^2 + 1)}$$

2. a. Etudier le signe de f(b) – f(a) pour a et b appartenant à [0 ; +∞[, avec a < b ; en déduire le sens de variation de f sur cet intervalle.

b. Même consigne sur]-∞ ; 0].

3. Dresser le tableau de variation de f.

EXERCICE 5C.11

Soit la fonction définie sur]-∞ ; +∞[par $f : x \longmapsto x^3 - 3x$.

1. Soit a et b deux réels. Montrer que $f(b) - f(a) = (b - a)(a^2 + ab + b^2 - 3)$

2. A l'aide des propriétés des inégalités, déterminer le signe de $(a^2 + ab + b^2 - 3)$ dans les cas suivants :

a. $a > 1$ et $b > 1$ **b.** $0 \le a \le 1$ et $0 \le b \le 1$ **c.** $-1 \le a \le 0$ et $-1 \le b \le 0$ **d.** $a < -1$ et $b < -1$

3. Compléter le tableau suivant :

a et b	$a < b < -1$	$-1 \le a < b \le 0$	$0 \le a < b \le 1$	$1 < a < b$
$b - a$				
$a^2 + ab + b^2 - 3$				
$f(b) - f(a)$				

4. Récapituler ces résultats dans un tableau de variation.