

I. THÉORÈME DE PYTHAGORE.**a. Théorème de Pythagore :**

ABC est un triangle.

SI ABC est rectangle en A,

ALORS $AB^2 + AC^2 = BC^2$.

(On dit parfois : « Le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés »)

Exercice type :

ABC est un triangle rectangle en A tel que :

$$AB = 3 \text{ cm} \quad \text{et} \quad BC = 5 \text{ cm}$$

Calculer AC.

PUISQUE le triangle ABC est rectangle en A,

ALORS d'après le **théorème de Pythagore** :

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$3^2 + AC^2 = 5^2$$

$$9 + AC^2 = 25$$

$$AC^2 = 25 - 9$$

$$AC^2 = 16$$

Donc (en utilisant la touche \sqrt{x} de la machine) :

$$AC = 4 \text{ cm}$$

b. Réciproque de Pythagore :

ABC est un triangle.

SI $AB^2 + AC^2 = BC^2$,

ALORS ABC est rectangle en A.

Exercice type :

ABC est un triangle tel que :

$$AB = 12 \text{ cm} \quad AC = 5 \text{ cm} \quad BC = 13 \text{ cm}$$

Démontrer que ABC est rectangle en A.

On va essayer de montrer que $AB^2 + AC^2 = BC^2$:

$$\begin{aligned} \text{D'une part :} \quad AB^2 + AC^2 &= 12^2 + 5^2 \\ &= 144 + 25 \\ &= 169 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{D'autre part :} \quad BC^2 &= 13^2 \\ &= 169 \end{aligned}$$

PUISQUE $AB^2 + AC^2 = BC^2$,

ALORS d'après la **réciproque de Pythagore**, le triangle ABC est rectangle en A.

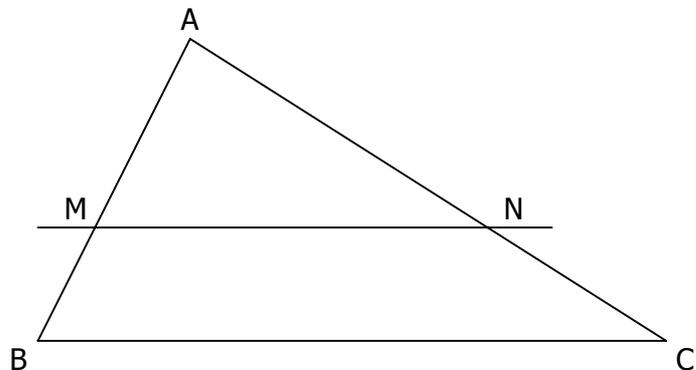
II. « PETIT » THÉORÈME DE THALÈS.

Dans un triangle ABC, tel que :

- M soit un point de [AB]
- N soit un point de [AC]

SI (MN) est parallèle à (BC)

$$\text{ALORS} \quad \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

**Exercice type :**

ABC est un triangle tel que :

$$AB = 7,5 \text{ cm} \quad AC = 9 \text{ cm} \quad BC = 12 \text{ cm}$$

La droite (d), parallèle à (BC) coupe les segments [AB] et [AC] respectivement en M et N.

Sachant que $AM = 5 \text{ cm}$, calculer MN.

M est un point de [AB] et N est un point de [AC].

Puisque (MN) est parallèle à (BC),

Alors d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

$$\frac{5}{7,5} = \frac{AN}{9} = \frac{MN}{12}$$

Comme on cherche à calculer MN, on ne garde que l'égalité :

$$\frac{5}{7,5} = \frac{MN}{12}$$

$$\text{d'où } MN = \frac{5 \times 12}{7,5} = 8 \text{ cm}$$