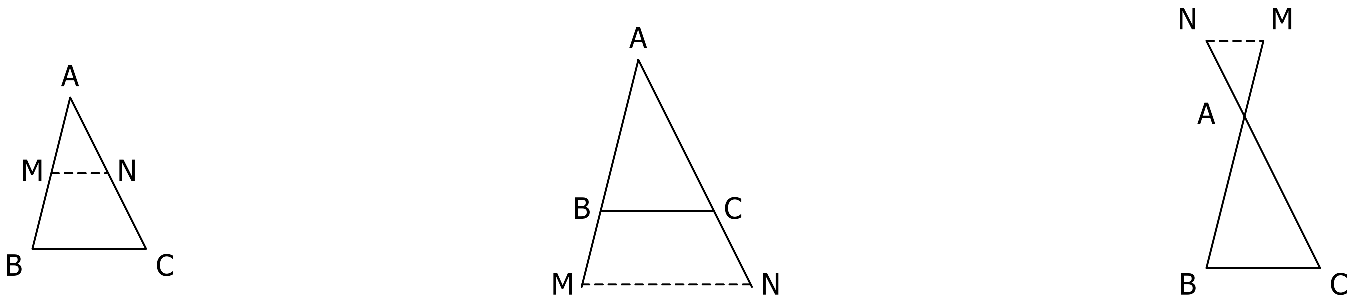
CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
Propriété de Thalès	Connaître et utiliser dans une situation donnée les deux théorèmes suivants : Soient d et d' deux droites sécantes en A. Soient B et M deux points de d, distincts de A Soient C et N deux points de d', distincts de A Si les droites (BC) et (CN) sont parallèles alors : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ Soient d et d' deux droites sécantes en A. Soient B et M deux points de d, distincts de A Soient C et N deux points de d', distincts de A Tels que $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ et si les points A, B, M et les points A, C, N sont dans le même ordre, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.	Il s'agit d'un prolongement de l'étude faite en classe de quatrième. L'étude de la propriété de Thalès est l'occasion de traiter des situations de proportionnalité dans le cadre géométrique du plan et de l'espace. La réciproque est formulée en tenant compte de l'ordre relatif des points sur chaque droite. L'utilisation d'un logiciel de construction géométrique peut permettre de créer des situations reliées au théorème de Thalès, notamment lors des activités d'approche de la propriété par la mise en évidence de la conservation des rapports. Le travail de construction de points définis par des rapports de longueurs permet de mettre en évidence l'importance de la position relative de ces points sur la droite. On s'intéressera particulièrement au problème suivant : étant donné deux points A et B, construire les points C de la droite (AB) sachant que le rapport CA/CB a une valeur donnée sous forme de quotient d'entiers

I. THÉORÈME DE THALÈS.

a. Configuration de Thalès :

$$\left.\begin{array}{l}\text{Soient (d) et (d') deux droites sécantes en A}\\ \text{Soient B et M deux points de (d), distincts de A}\\ \text{Soient C et N deux points de (d'), distincts de A}\end{array}\right\}\ \text{« configuration de Thalès »}$$

Voici les 3 configurations de Thalès « classiques » :



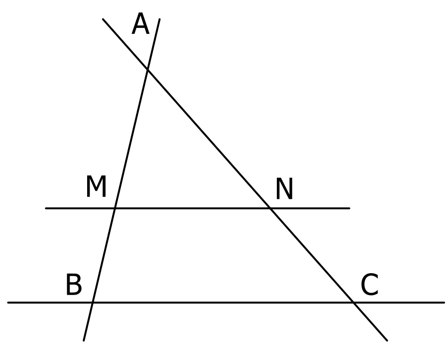
Dans toutes les configurations de Thalès, on retrouve des triangles aux côtés parallèles et dont les longueurs sont proportionnelles.

On peut résumer la position des points A, B, C, M et N par une seule phrase : « **Les droites (MB) et (NC) sont sécantes en A** ».

b. Énoncé du théorème :

SI les droites (BC) et (CN) sont parallèles,

ALORS $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$



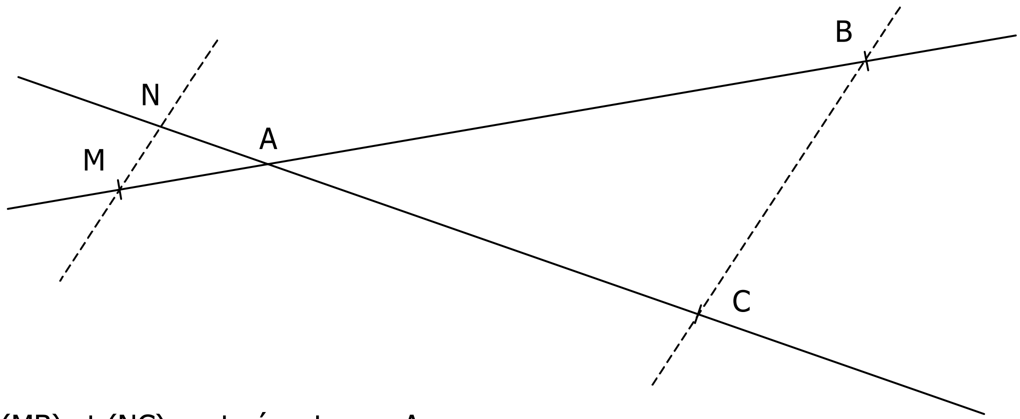
Remarque :

Cette propriété permet d'affirmer que **SI** $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$, **ALORS** (BC) et (MN) **ne sont pas** parallèles.

c. Exemple d'utilisation :

Énoncé de l'exercice :

ABC est un triangle.
La droite (Δ) parallèle à (BC) coupe (AB) en M et (AC) en N, M n'appartenant pas à [AB].
On sait que AB = 8 cm ; AC = 6 cm ; AM = 2 cm.
Calculer AN.



Réponse :

Les droites (MB) et (NC) sont sécantes en A.
Puisque (MN) // (BC), alors d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Concrètement : $\frac{2}{8} = \frac{AN}{6} = \frac{MN}{BC}$

D'où : $AN = (6 \times 2) : 8 = 1{,}5$ cm

II. RÉCIPROQUE DE THALÈS.

a. Énoncé du théorème :

SI $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ et SI les points A, B, M et les points A, C, N sont dans le même ordre,
ALORS les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

b. Exemple d'utilisation :

Énoncé de l'exercice :

ABC est un triangle tel que : AB = 8cm ; AC = 6cm ; BC = 4cm
M et N sont respectivement des points de [AB] et [AC] tels que AM = 6cm et AN = 4,5 cm.
Démontrer que (BC) // (MN).

Réponse :

D'une part : $\frac{AM}{AB} = \frac{6}{8} = 0{,}75$.

D'autre part : $\frac{AN}{AC} = \frac{4{,}5}{6} = 0{,}75$.

Donc $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$.

Puisque les point A, M, B et les points A, N, C sont alignés dans le même ordre, et puisque $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (MN) et (BC) sont parallèles.