I. SYSTÈME D'ÉQUATIONS.

$\begin{cases} x + 2y = -5 \\ 4x + y = 1 \end{cases}$ est un système de deux équations à deux inconnues.

$x + 2y = -5$ et $4x + y = 1$ sont les **deux équations**. x et y sont les **deux inconnues**.

Si x = 1 et y = -3 :

$\begin{cases} x + 2y = 1 + 2 \times (-3) = 1 - 6 = -5 \\ 4x + y = 4 \times 1 + (-3) = 4 - 3 = 1 \end{cases}$ Les deux équations sont vérifiées.

On dit que le **couple** (1 ; -3) est une **solution du système**.

Résoudre un système, c'est trouver **tous les couples** qui sont solutions des deux équations à la fois.

Dans tous les cas, pour résoudre un système d'équations, on essaiera de se ramener à des équations du premier degré à une seule inconnue.

II. RÉSOLUTION D'UN SYSTÈME PAR SUBSTITUTION :

On utilise de préférence cette méthode lorsque l'une des inconnues a pour coefficient « 1 » ou « -1 ».

Exemple : $\begin{cases} \mathbf{x + 2y = -4} \\ \mathbf{3x - 2y = 12} \end{cases}$

On exprime l'une des inconnues en fonction de l'autre dans une des équations :

$$\begin{cases} x = -4 - 2y \\ 3x - 2y = 12 \end{cases}$$

On remplace l'inconnue dans l'autre équation. Elle devient une équation du premier degré à une seule inconnue :

$$\begin{cases} x = -4 - 2y \\ 3(-4 - 2y) - 2y = 12 \end{cases}$$

On développe la nouvelle équation :

$$\begin{cases} x = -4 - 2y \\ -12 - 6y - 2y = 12 \end{cases}$$

On isole l'inconnue :

$$\begin{cases} x = -4 - 2y \\ -6y - 2y = 12 + 12 \end{cases}$$

On réduit chaque membre :

$$\begin{cases} x = -4 - 2y \\ -8y = 24 \end{cases}$$

On résout :

$$\begin{cases} x = -4 - 2y \\ y = \dfrac{24}{-8} = -3 \end{cases}$$

On remplace « l'inconnue connue » dans la première équation, puis on calcule :

$$\begin{cases} x = -4 - 2 \times (-3) = -4 + 6 = 2 \\ y = -3 \end{cases}$$

La solution de l'équation est le couple **(2 ; -3)**.

III. RÉSOLUTION D'UN SYSTÈME PAR COMBINAISON :

On utilise cette méthode dans tous les autres cas :

Exemple : $\begin{cases} \mathbf{5x + 4y = -1} \\ \mathbf{3x - 2y = 1} \end{cases}$

ÉTAPE 1 : ÉLIMINER x

On multiplie chaque équation par un nombre afin de que les coefficients de x soient les mêmes :

$$\begin{matrix} 3 \times \\ 5 \times \end{matrix} \begin{cases} 5x + 4y = -1 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$$

On obtient un nouveau système *équivalent* :

$$\begin{cases} 15x + 12y = -3 \\ 15x - 10y = 5 \end{cases}$$

On **soustrait** « terme à terme » les deux équations, pour éliminer y :

$$(-) \begin{cases} 15x + 12y = -3 \\ 15x - 10y = 5 \end{cases}$$

$$\mathbf{0x + 22y = -8}$$

On obtient une équation du premier degré à une inconnu, qu'on résout :

$$22\,y = -8$$

$$y = -\frac{8}{22} = -\frac{4}{11}$$

ÉTAPE 2 : ÉLIMINER y

On multiplie ce qu'il faut afin de que les coefficients de y soient les mêmes :

$$\begin{matrix} 1 \times \\ 2 \times \end{matrix} \begin{cases} 5x + 4y = -1 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$$

On obtient un nouveau système *équivalent* :

$$\begin{cases} 5x + 4y = -1 \\ 6x - 4y = 2 \end{cases}$$

On **ajoute** « terme à terme » les deux équations, pour éliminer y :

$$(+) \begin{cases} 5x + 4y = -1 \\ 6x - 4y = 2 \end{cases}$$

$$\mathbf{11x + 0y = 1}$$

On obtient une équation du premier degré à une inconnu, qu'on résout :

$$11x = 1$$

$$x = \frac{1}{11}$$

La solution de ce système est $\left(\dfrac{1}{11} , \dfrac{4}{11} \right)$.