EXERCICE 6A.1

Soit la fonction définie sur]-2 ; +∞[par :

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 7}{x + 2}$$

1. Déterminer a, b et c tels que :

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 2}$$

2. Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

3. a. Calculer la fonction dérivée de f.
b. Etudier le signe de f'.
c. En déduire le sens de variation de f.

4. a. Montrer que $\mathcal{C}$, la courbe représentative de f, admet la droite (Δ) d'équation $y = x - 1$ pour asymptote en +∞.
b. Etudier la position de $\mathcal{C}$ par rapport à (Δ).
c. Montrer que $\mathcal{C}$ admet une autre asymptote (d) dont on précisera l'équation.

5. Dans un repère orthonormé (unité : 1 cm), tracer $\mathcal{C}$ (Δ), et (d).

EXERCICE 6A.2

Soit la fonction définie sur]-∞ ; 1[par :

$$f(x) = x^2 - \frac{8}{x - 1}$$

1. a. Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
b. En déduire que $\mathcal{C}$, la courbe représentative de f, admet une asymptote (d) dont on précisera l'équation.

2. a. Montrer que $f'(x) = \dfrac{2(x + 1)(x^2 - 3x + 4)}{(x - 1)^2}$.
b. Etudier le signe de f'.
c. En déduire le sens de variation de f.

. Dans un repère orthogonal (unités : 2 cm en abscisse et 1 cm en ordonnée), tracer $\mathcal{C}$ et (d).

EXERCICE 6A.3

Soit f la fonction définie sur]-3 ; +∞[par : $f(x) = \dfrac{x^2 + 4x + 6}{x + 3}$. On note C_f sa courbe représentative.

1. a. Déterminer a, b et c tels que $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x + 3}$.
b. En déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.
c. Montrer que la droite (d) d'équation $y = x + 1$ est asymptote à C_f , puis préciser la position de C_f par rapport à (d).
d. Déterminer $\lim\limits_{x \to -3} f(x)$ puis interpréter graphiquement ce résultat.

2. a. Montrer que $f'(x) = \dfrac{x^2 + 6x + 6}{(x + 3)^2}$
b. Etudier le signe de f' et en déduire le sens de variation de f.

3. a. Déterminer les coordonnées du point A, intersection de C_f avec l'axe des ordonnées.
b. Calculer le coefficient directeur de la tangente en A.
c. Dans un repère (O, I, J), représenter C_f ainsi que ses asymptotes et la tangente en A.