

RAPPEL : pour tous réels a et b strictement positifs, on a les égalités :

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b \quad \ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b \quad \ln \frac{1}{a} = -\ln a \quad \ln(a^n) = n \ln a$$

EXERCICE 2A.1

1. Décomposer les expressions comme dans l'exemple **a.** :

a. $\ln 5x = \ln 5 + \ln x$

b. $\ln \frac{7}{x} =$

c. $\ln x^3 =$

d. $\ln \frac{2x}{3} =$

e. $\ln \frac{x^4}{5} =$

f. $\ln \frac{(x+1)^2}{x} =$

g. $\ln \frac{1}{7x^2} =$

h. $\ln \frac{(x+1)(x-2)}{x+3} =$

2. Recomposer les expressions comme dans l'exemple **a.** :

a. $\ln 5 + \ln x = \ln 5x$

b. $\ln x + \ln 2 =$

c. $\ln x - \ln 7 =$

d. $7 \ln x =$

e. $2 \ln x - \ln 9 =$

f. $3 \ln x - 5 \ln y =$

g. $\ln(x+1) - \ln(3x-5) + \ln(6-5x) =$

h. $1 - \ln(x^2 + x + 1) =$

i. $3 + \ln x =$

j. $\ln x - 2 =$

EXERCICE 2A.2

1. Résoudre dans \mathbb{R} les équations (on rappelle que \ln n'est défini que sur $]0; +\infty[$) :

a. $\ln x = \ln 3$ avec $x \in]0; +\infty[$

b. $\ln(x+2) = \ln(5-x)$ avec $x \in]-2; +5[$

c. $\ln 3x = 1$ avec $x \in]0; +\infty[$

d. $\ln(x-5) = 1$ avec $x \in]5; +\infty[$

e. $\ln(x+3) = 0$ avec $x \in]-3; +\infty[$

f. $\ln(1-x^2) = \ln(1-x)$ avec $x \in]-1; 1[$

2. Ecrire les équations suivantes sous la forme « $\ln A = \ln B$ » puis résoudre dans \mathbb{R} :

a. $\ln x + \ln 3 = \ln 5 - \ln x$ avec $x \in]0; +\infty[$

b. $2 \ln(x+2) = \ln 25$ avec $x \in]-2; +\infty[$

c. $\ln x + \ln(x-1) = \ln(x^2 + x - 6)$ avec $x \in]1; +\infty[$

d. $2 \ln(1-x) = \ln(x+5)$ avec $x \in]-5; 1[$

e. $\ln(x+3) = \frac{1}{2} \ln 16$ avec $x \in]-3; +\infty[$

f. $2 \ln x - \ln 4 = 1$ avec $x \in]0; +\infty[$

EXERCICE 2A.3

a. Décomposer les nombres suivants sous la forme $2^n \times 3^p$ où n et p sont des entiers naturels :

12

18

96

128

243

192

108

b. Exprimer en fonction de $\ln 2$ et $\ln 3$ les nombres suivants :

 $\ln 12$ $\ln 18$ $\ln 96$ $\ln \frac{128}{243}$ $\ln \frac{192}{108}$

c. Exprimer en fonction de $\ln 2$, $\ln 3$ et $\ln 5$ les nombres suivants :

 $\ln 10$ $\ln 30$ $\ln \frac{1}{45}$ $\ln \frac{75}{12}$ $\ln \frac{135}{162}$

EXERCICE 2A.4

Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations :

a. $\ln(x-1) \geq 0$

b. $\ln(x-1) < 0$

c. $\ln(x+2) \leq \ln 5$

d. $\ln(2x+1) \geq 1$

e. $\ln(x+1) \leq 1$

$x \in]1; +\infty[$

$x \in]1; +\infty[$

$x \in]-2; +\infty[$

$x \in]-\frac{1}{2}; +\infty[$

$x \in]-1; +\infty[$